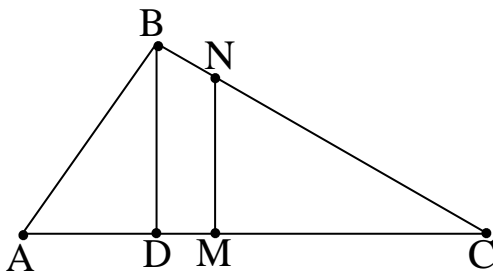


**בחינת מחצית א' במתמטיקה****הנחיות לנבחנים**

- א. משך הבחינה 3 שעות. אין לצאת ב-45 הדקות האחרונות של הבחינה.  
 ב. רשמו את שם כיתת האם על המחברת.  
 ג. פתרו את כל השאלות.  
 ד. פתרו את השאלות 1,6 באמצעות גיאומטריית המישור (ללא שימוש בטריגונומטריה). מומלץ להשתמש בכלי שרטוט.

**שאלה 1 - 12%**

- במשולש ABC, הגובה BD מחלק את הצלע AC לשני קטעים:  $AD = 7$ ,  $DC = 25$ .  
 מנקודה M שעל הצלע AC מעבירים ישר המאונך ל-AC וחותך את BC בנקודה N.  
 הקטע MN מחלק את שטח המשולש ABC לשני חלקים בעלי שטחים שווים. חשבו את אורך הקטע DM.

**שאלה 2 - 16%**

א. (8%) שרטטו רשומת (סקיצה) של גרף הפונקציה  $y = |x + 3|(x - 3)$ .

ב. (8%) מצאו עבור אילו ערכים של m יש למשוואה  $|x + 3| - \frac{2m - 3}{x - 3} = 0$

1. בדיוק שלושה פתרונות. 2. בדיוק שני פתרונות.

**שאלה 3 - 20%**

- א. (10%) בסדרה גיאומטרית, סכום האיבר הראשון והחמישי הוא 51 וסכום האיבר השני והשישי הוא 102.  
 מצאו את האיבר הרביעי בסדרה.

ב. (10%) פתרו:  $\log_2 \log_3(x^2 - 16) - \log_{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{x^2 - 16}\right) \leq 2$

**שאלה 4 - 12%**

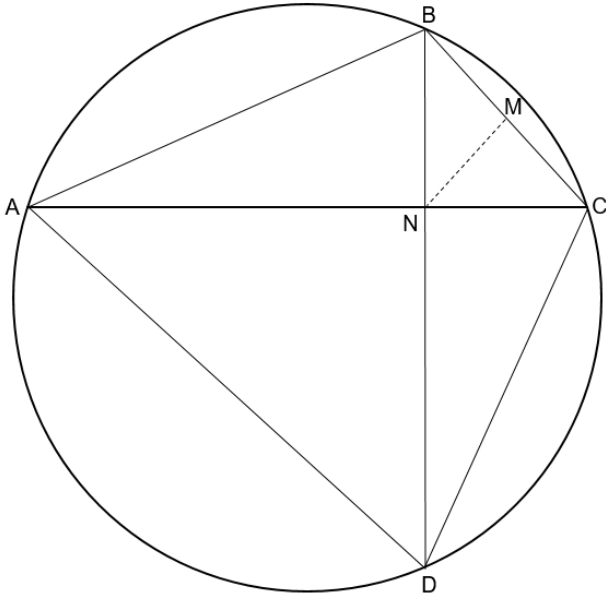
הוכיחו: כל ערך של x המקיים את האי-שוויון  $4^x - 5 \cdot 4^{\frac{x-1}{2}} + 1 \leq 0$  מקיים גם

$$\frac{(4x - 4x^2 - 1)(4x^2 - 9)}{x - 2} \leq 0 \quad \text{את האי-שוויון}$$

**שאלה 5 - 20%**

א. (10%) הוכיחו כי לכל  $n$  טבעי מתקיים: 
$$\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{11}{13} \cdot \dots \cdot \frac{4n-1}{4n+1} < \sqrt{\frac{3}{4n+3}}$$

ב. (10%) הוכיחו כי לכל  $n$  טבעי הביטוי  $6 + 6^2 + 6^3 + \dots + 6^{3n}$  מתחלק ב-43 ללא שארית.



**שאלה 6 - 20%**

במרובע ABCD, החסום במעגל, האלכסונים AC, BD

מאונכים זה לזה ונחתכים בנקודה N. M אמצע BC.

דרך הנקודות N, M, B עובר מעגל בעל רדיוס  $\frac{125}{12}$ .

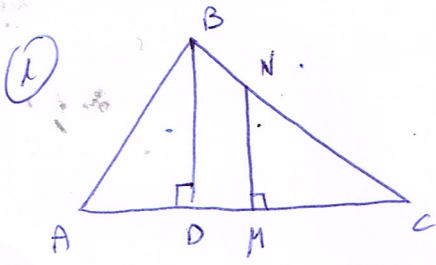
בנוסף נתון:  $AC = 63, BC = 25$ .

א. (10%) חשבו את אורכי צלעות המשולש BMN

ואת אורך הגובה מ M לצלע BN.

ב. (10%) חשבו את אורך האלכסון BD.

**בהצלחה!**



(S.S)  $\triangle BDC \sim \triangle NMC$   
 $\frac{DC}{MC} = \frac{BD}{NM} = x =$  0.11  
המשולש  
 $\downarrow$   
 $\frac{25}{x} = x \rightarrow \boxed{MC = \frac{25}{x}}$

$$2 = \frac{S_{ABC}}{S_{NMC}} = \frac{\frac{AC \cdot BD}{2}}{\frac{MC \cdot NM}{2}} = \frac{AC}{MC} \cdot \frac{BD}{NM} = \frac{32}{\frac{25}{x}} \cdot x = \frac{32x^2}{25}$$

$$x^2 = \frac{50}{32} = \frac{25}{16} \rightarrow x = \frac{5}{4}$$

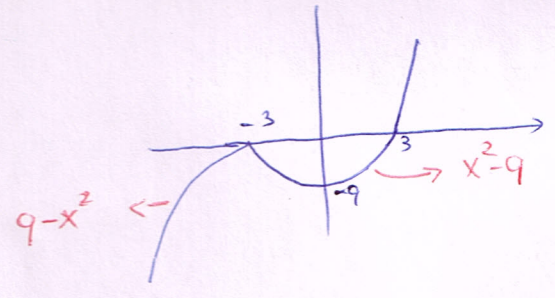
↓  
0.11 המשולש חולקו

$$MC = \frac{25}{x} = \frac{25}{\frac{5}{4}} = 20$$

$$DM = DC - MC = 25 - 20 = 5$$

(2)  $y = |x+3|(x-3)$

$x \geq -3$   $y = (x+3)(x-3) = x^2 - 9$   
 $x < -3$   $y = -(x+3)(x-3) = 9 - x^2$



$|x+3| - \frac{2m-3}{x-3} = 0$

$$\frac{|x+3|(x-3) - (2m-3)}{x-3} = 0$$

רק המונה זרים להתאפס (המכנה לא מילצר ?  $x=3$ )

$$|x+3|(x-3) = 2m-3$$

33 שואר  $B$  יורד בסוף  $10$  ויש  $3$  פתרונות בין  $-9$   $\delta$   $0$

$$-9 < 2m-3 < 0$$

$$-6 < 2m < 3$$

$$\boxed{-3 < m < 1\frac{1}{2}}$$

2 פתרונות ויש עבור  $m=0$ , אבל אתה מדקת  $x=-3$  לא מילצר  
 לכן לא לעבוד (יהיה פתרון אחד).

$$2m-3 = -9$$

$$\boxed{m = -3}$$

$0$  עבור  $-9$  נקבל  $2$  פתרונות, לכן

3. c

$$\begin{cases} a_1 + a_5 = 51 \\ a_2 + a_6 = 102 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1(1+q^4) = 51 & (*) \\ a_1q(1+q^4) = 102 \end{cases}$$

להלכה יאור המשוואה זו היא אוקט

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{2} \rightarrow q = 2$$

$$a_1 = 3$$

(הצבה) (\*)

$$a_4 = a_1 q^3 = 3 \cdot 2^3 = 24$$

$$\log_2 \log_3 (x^2 - 16) - \log_{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{3}} \left( \frac{1}{x^2 - 16} \right) \leq 2$$

$$\begin{matrix} x > 4 \\ x < -4 \end{matrix} \leftarrow x^2 - 16 > 0 \quad \text{ג}^{\prime}$$

המנה של המונה והמנה של המכנה  
מאפשרים לנו להפוך את המכנה למכנה

$$\frac{1}{x^2 - 16} > 0$$

$$\begin{matrix} x > \sqrt{16} \\ x < -\sqrt{16} \end{matrix} \leftarrow x^2 - 16 > 1 \leftarrow \log_3(x^2 - 16) > \log_3 1 \leftarrow \log_3(x^2 - 16) > 0$$

$$\begin{matrix} \uparrow \\ \downarrow \end{matrix} \leftarrow \log_3(x^2 - 16) > 0 \leftarrow -\log_3\left(\frac{1}{x^2 - 16}\right) > 0 \leftarrow \log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{x^2 - 16}\right) > 0$$

$$\boxed{x < -\sqrt{16} \text{ או } x > \sqrt{16}} \quad \text{ג}^{\prime\prime}$$

אם כי המונה והמכנה

$$\log_2 \log_3 (x^2 - 16) - \log_{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{3}} \left( \frac{1}{x^2 - 16} \right) \leq 2$$

$$\log_2 \log_3 (x^2 - 16) - \log_{2^{-1}} \log_{3^{-1}} \left( \frac{1}{x^2 - 16} \right) \leq 2$$

$$\log_2 \log_3 (x^2 - 16) + \log_2 \log_{3^{-1}} \left( \frac{1}{x^2 - 16} \right) \leq 2$$

$$\log_2 \left[ \log_3 (x^2 - 16) \cdot \log_{3^{-1}} \left( \frac{1}{x^2 - 16} \right) \right] \leq 2$$

$$\log_2 \left[ \log_3 (x^2 - 16) \cdot \left( -\log_3 \left( \frac{1}{x^2 - 16} \right) \right) \right] \leq 2$$

$$\log_2 \left[ \log_3 (x^2 - 16) \cdot \log_3 \left( \frac{1}{x^2 - 16} \right)^{-1} \right] \leq 2$$

$$\log_2 \left[ \log_3 (x^2 - 16) \cdot \log_3 (x^2 - 16) \right] \leq 2$$

$$\log_3^2 (x^2 - 16) \leq 2^2$$

$$t^2 \leq 4$$

$$t = \log_3 (x^2 - 16) \quad \text{מ}^{\circ}$$

$$-2 \leq t \leq 2$$

$$-2 \leq \log_3 (x^2 - 16) \leq 2$$

$$\frac{1}{9} \leq x^2 - 16 \leq 9$$

$$\frac{16}{9} \leq x^2 \leq 25 \rightarrow$$

$$\frac{\sqrt{145}}{3} \leq x \leq 5$$

$$-5 \leq x \leq -\frac{\sqrt{145}}{3}$$



הינה פתרון של אי-שוויון

$$-5 \leq x < -\sqrt{17} \quad \vee \quad \sqrt{17} < x \leq 5$$

4

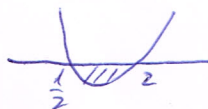
$$4^x - 5 \cdot 4^{\frac{x-1}{2}} + 1 \leq 0$$

$$2^{2x} - \frac{5}{2} \cdot 4^{\frac{x}{2}} + 1 \leq 0$$

$$2^{2x} - \frac{5}{2} \cdot 2^x + 1 \leq 0 \quad 2^x = t \quad (t > 0)$$

$$t^2 - \frac{5}{2}t + 1 \leq 0$$

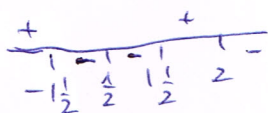
$$(t-2)(t-\frac{1}{2}) \leq 0$$



$$\frac{1}{2} \leq t \leq 2$$

$$\frac{1}{2} \leq 2^x \leq 2 \rightarrow \boxed{-1 \leq x \leq 1}$$

$$0 \geq \frac{(4x-4x^2-1)(4x^2-9)}{x-2} = -\frac{(4x^2-4x+1)(2x-3)(2x+3)}{x-2} = -\frac{(2x-1)^2(2x-3)(2x+3)}{x-2}$$



$$\boxed{-\frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{2}} \\ \boxed{x > 2}$$

יש לבדוק כי ב-1 ו-2 מתקיים -1 <= x <= 1 \* (יש לבדוק כי ב-2)

5. ל n=1  $\frac{3}{5} < \sqrt{\frac{3}{7}} \rightarrow \frac{9}{25} < \frac{3}{7} = \frac{9}{21} \checkmark$

n+1

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{9} \dots \frac{4n-1}{4n+1} \cdot \frac{4n+3}{4n+5} < \sqrt{\frac{3}{4n+7}}$$

נבדוק (האם) מתקיים

$$\sqrt{\frac{3}{4n+3}} \cdot \frac{4n+3}{4n+5} < \sqrt{\frac{3}{4n+7}}$$

$$\sqrt{\frac{3(4n+3)^2}{(4n+3)(4n+5)^2}} < \sqrt{\frac{3}{4n+7}}$$

$$\sqrt{\frac{3(4n+3)}{(4n+5)^2}} < \sqrt{\frac{3}{4n+7}}$$

$$\frac{3(4n+3)}{(4n+5)^2} < \frac{3}{4n+7}$$

$$(4n+3)(4n+7) < (4n+5)^2$$

$$16n^2 + 30n + 21 < 16n^2 + 40n + 25$$

$$0 < 10n + 4$$

$$(n \geq 1)$$

לנו האגרום  
הולכים, נראה בהמשך

כאשר המשוואה הולכת  
לכיוון המכונים

$$n = 6 + 6^2 + 6^3 = 6 + 36 + 216 = 258$$
 מתחילת מסלול?

$$n+1 \quad \underbrace{6 + 6^2 + \dots + 6^{3n}}_{\text{מתחילת מסלול הנהג}} + \underbrace{6^{3n+1} + 6^{3n+2} + 6^{3n+3}}_{6^{3n}(6 + 6^2 + 6^3)}$$

$$6^{3n} \cdot 258$$

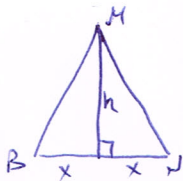
$$43 \text{ ? מתחילת}$$

6)  $\Delta BNC$  ורביעית

מרחק מן המרכז  $NM = \frac{1}{2} BC = 12\frac{1}{2} = BM$   
 ורביעית  $\Delta BNM$

$$\frac{h \cdot BN}{2} = \frac{BM \cdot BN \cdot \sin \angle MBN}{2}$$

$$\frac{h \cdot BN}{2} = \frac{BN \cdot BM \cdot \sin \angle MBN}{2} \rightarrow h = \frac{12.5 \cdot 12.5}{12.5} = \frac{6 \cdot 12.5}{4} = 7\frac{1}{2}$$



$\Delta BNM$  הוא ריבוע ישר  
 הוא גם תיכון  $BM$

$$x^2 = BM^2 - h^2 = (12.5)^2 - (7.5)^2 = (12.5 - 7.5)(12.5 + 7.5)$$

$$x^2 = 5 \cdot 20 = 100 \rightarrow x = 10$$

$$BN = 2x = 20$$

$$NC^2 + BN^2 = BC^2 \quad \leftarrow \text{ורביעית } \Delta BNC$$

$$NC^2 + 20^2 = 25^2 \rightarrow \boxed{NC = 15}$$

עם המשפט הסימיון

$$AN \cdot NC = BN \cdot ND$$

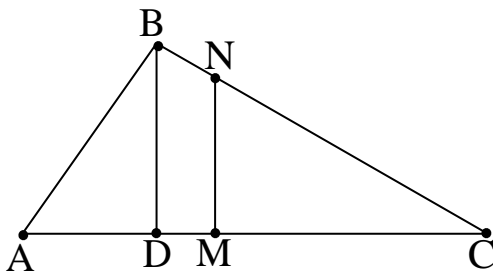
$$(63 - 15) \cdot 15 = 20 \cdot ND$$

$$ND = \frac{48 \cdot 15}{20} = 36$$

$$\rightarrow BD = BN + ND = 36 + 20 = 56$$

**בחינת מחצית א' במתמטיקה****הנחיות לנבחנים**

- א. משך הבחינה 3 שעות. אין לצאת ב-45 הדקות האחרונות של הבחינה.  
 ב. רשמו את שם כיתת האם על המחברת.  
 ג. פתרו את כל השאלות.  
 ד. פתרו את השאלות 1,6 באמצעות גיאומטריית המישור (ללא שימוש בטריגונומטריה). מומלץ להשתמש בכלי שרטוט.

**שאלה 1 - 12%**

- במשולש ABC, הגובה BD מחלק את הצלע AC לשני קטעים:  $AD = 7$ ,  $DC = 25$ .  
 מנקודה M שעל הצלע AC מעבירים ישר המאונך ל-AC וחותך את BC בנקודה N.  
 הקטע MN מחלק את שטח המשולש ABC לשני חלקים בעלי שטחים שווים. חשבו את אורך הקטע DM.

**שאלה 2 - 16%**

א. (8%) שרטטו רשומת (סקיצה) של גרף הפונקציה  $y = |x + 3|(x - 3)$ .

ב. (8%) מצאו עבור אילו ערכים של m יש למשוואה  $|x + 3| - \frac{2m - 3}{x - 3} = 0$

1. בדיוק שלושה פתרונות. 2. בדיוק שני פתרונות.

**שאלה 3 - 20%**

- א. (10%) בסדרה גיאומטרית, סכום האיבר הראשון והחמישי הוא 51 וסכום האיבר השני והשישי הוא 102.  
 מצאו את האיבר הרביעי בסדרה.

ב. (10%) פתרו:  $\log_2 \log_3(x^2 - 16) - \log_{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{x^2 - 16}\right) \leq 2$

**שאלה 4 - 12%**

הוכיחו: כל ערך של x המקיים את האי-שוויון  $4^x - 5 \cdot 4^{\frac{x-1}{2}} + 1 \leq 0$  מקיים גם

$$\frac{(4x - 4x^2 - 1)(4x^2 - 9)}{x - 2} \leq 0 \quad \text{את האי-שוויון}$$

**שאלה 5 - 20%**

א. (10%) הוכיחו כי לכל  $n$  טבעי מתקיים: 
$$\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{11}{13} \cdot \dots \cdot \frac{4n-1}{4n+1} < \sqrt{\frac{3}{4n+3}}$$

ב. (10%) הוכיחו כי לכל  $n$  טבעי הביטוי  $6 + 6^2 + 6^3 + \dots + 6^{3n}$  מתחלק ב-43 ללא שארית.

**שאלה 6 - 20%**

במרובע ABCD, החסום במעגל, האלכסונים AC, BD

מאונכים זה לזה ונחתכים בנקודה N. M אמצע BC.

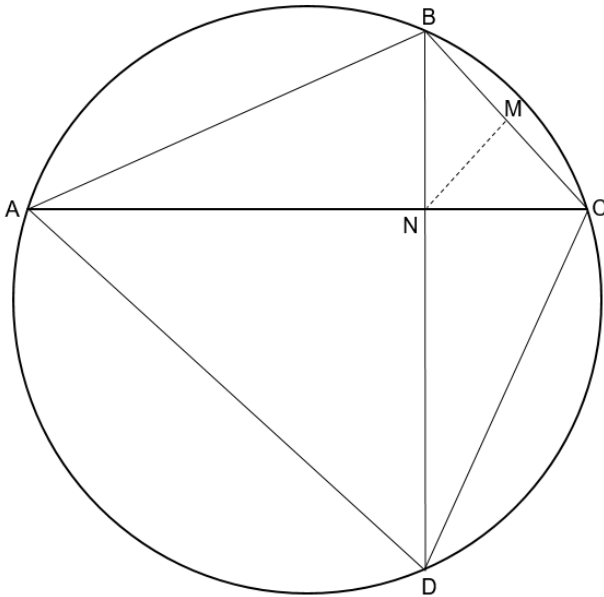
דרך הנקודות B, M, N עובר מעגל בעל רדיוס  $\frac{125}{12}$ .

בנוסף נתון:  $AC = 63, BC = 25$ .

א. (10%) חשבו את אורכי צלעות המשולש BMN

ואת אורך הגובה מ M לצלע BN.

ב. (10%) חשבו את אורך האלכסון BD.

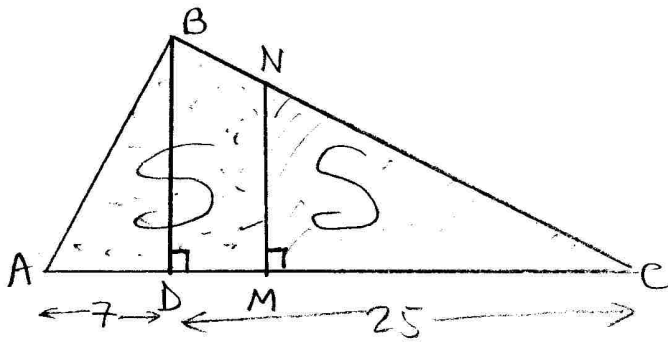


**בהצלחה!**



0377

1 חידון 10.2.17 יע 1377



$$S(\triangle ABC) = 2S \quad (NO)$$

$$S(\triangle AMNB) = S(\triangle MNC) = S \quad (NO)$$

$$\frac{S(\triangle BCD)}{S(\triangle ABC)} = \frac{\frac{DC \cdot BD}{2}}{\frac{AC \cdot BD}{2}} = \frac{DC}{AC} = \frac{25}{32}$$

$$S(\triangle BCD) = \frac{25}{32} \cdot 2S = \frac{25}{16}S \quad \Leftarrow$$

( $90^\circ$  ו- $90^\circ$  , נתון  $\angle C$  )  $\triangle BCD \sim \triangle NCM$

נתון ש- $\angle C$  שווה  
 ש- $\angle B$  שווה ל- $\angle N$   
 (נתון  $90^\circ$ )

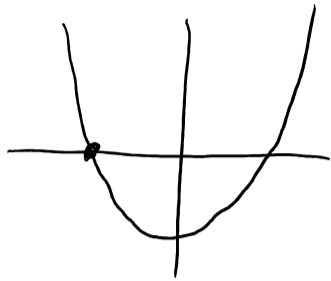
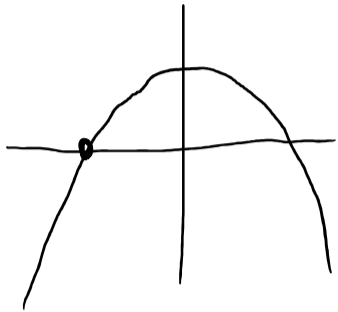
$$\frac{S(\triangle NCM)}{S(\triangle BCD)} = \left(\frac{CM}{CD}\right)^2 = \left(\frac{CM}{25}\right)^2 \quad \Leftarrow$$

$$\frac{4}{5} = \frac{CM}{25} \quad \Leftarrow \quad \frac{S}{\frac{25}{16}S} = \left(\frac{CM}{25}\right)^2 \quad \Leftarrow$$

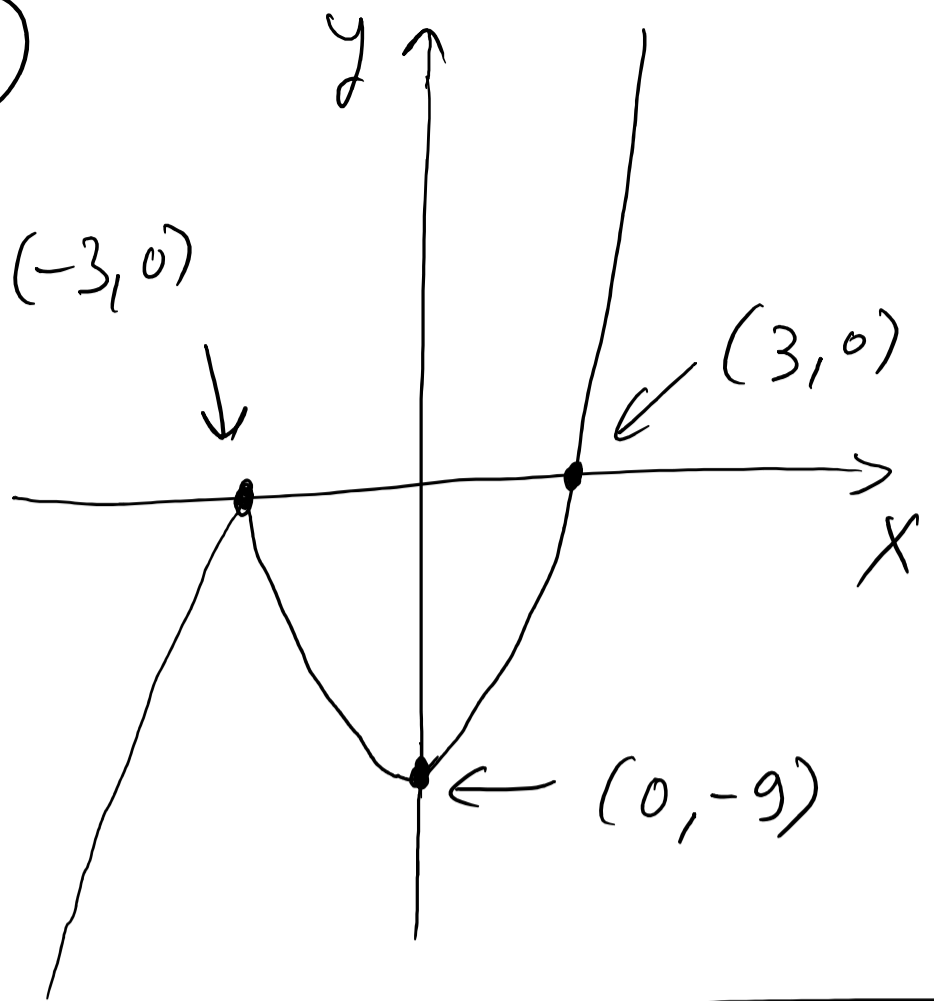
$$\boxed{DM=5} \quad \Leftarrow \quad CM=20 \quad \Leftarrow$$

②  $y = |x+3|(x-3)$

$x < -3$	$x > -3$
$y = -(x+3)(x-3)$	$y = (x+3)(x-3)$
$y = -x^2 + 9$	$y = x^2 - 9$



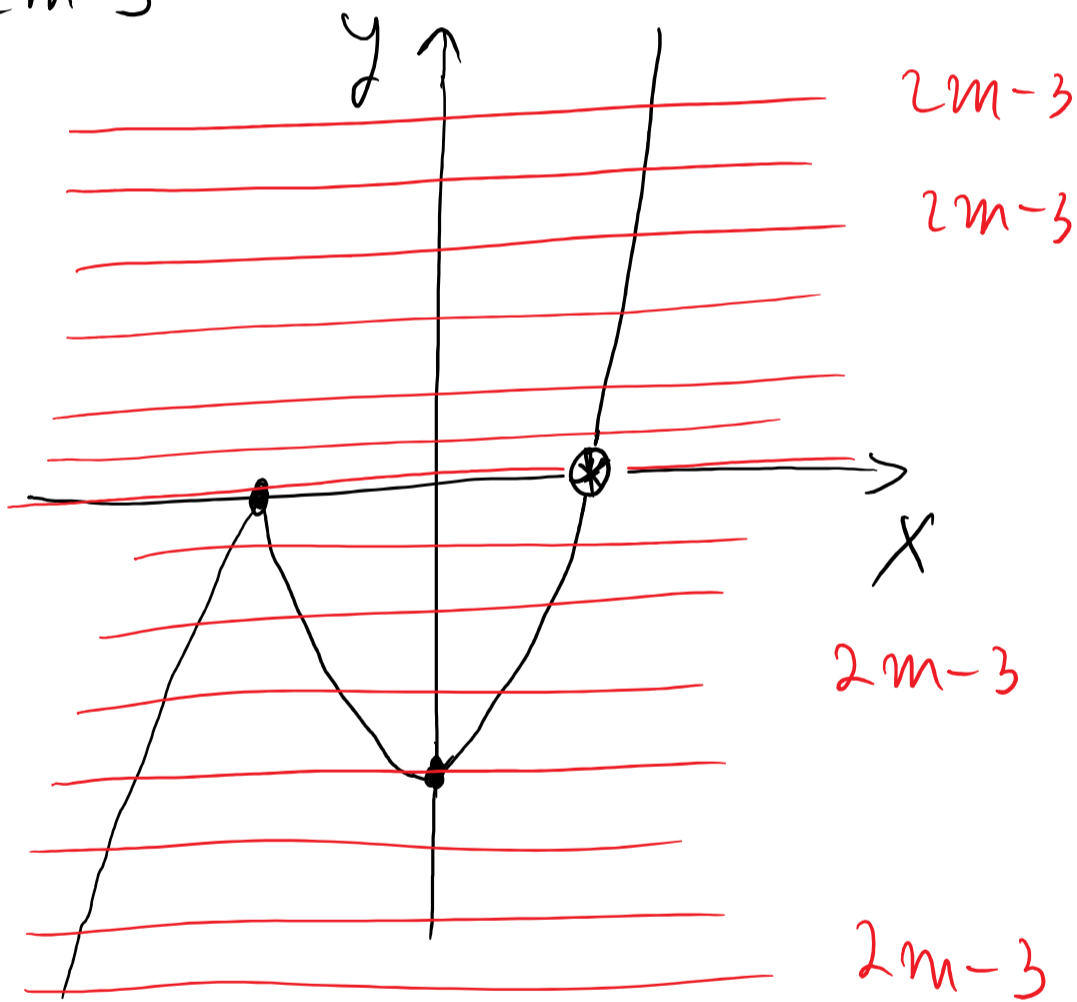
①



②  $|x+3| = \frac{2m-3}{x-3}$   $x \neq 3$

קו ישר אלקי (2m-3)

$|x+3|(x-3) = 2m-3$   
 + קו ישר אלקי  
 ה.א. אלוס לב



①  $-9 < 2m-3 < 0$   
 $-6 < 2m < 3$

$-3 < m < 1.5$

על פניו פתור

②  $2m-3 = -9$   
 $2m = -6$

$m = -3$

על פניו פתור

$$\begin{cases} a_1 + a_1 q^4 = 51 \\ a_1 q + a_1 q^5 = 102 \end{cases}$$

$$q=2 \Rightarrow a_1(1+16)=51$$

$$a_1=3$$

$$\begin{cases} a_1(1+q^4) = 51 \\ a_1 q(1+q^4) = 102 \end{cases} \quad \div$$

$$a_4 = a_1 q^3 = 3 \cdot 2^3 = 3 \cdot 8 = 24$$

$$\log_2 \log_3 (x^2-16) - \log_{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{3}} \left( \frac{1}{x^2-16} \right) \leq 2$$

$\checkmark x^2-16 > 0$   
 $\log_3(x^2-16) > 0$   
 $x^2-16 > 1$

$\log_3 1$   
 $\checkmark \frac{1}{x^2-16} > 0$   
 $\log_{\frac{1}{3}} \left( \frac{1}{x^2-16} \right) > 0$

$\log_{\frac{1}{3}} 1$   
 $\Rightarrow \frac{1}{x^2-16} < 1$   
 $1 < x^2-16$

$$\log_2 \log_3 (x^2-16) - \log_2 \log_3 \left( \frac{1}{x^2-16} \right) \leq 2$$

$$0 < (x-\sqrt{17})(x+\sqrt{17})$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ | \quad | \quad | \\ -\sqrt{17} \quad \sqrt{17} \end{array}$$

$$x < -\sqrt{17}, x > \sqrt{17}$$

$$\log_2 \log_3 (x^2-16) + \log_2 \log_3 (x^2-16) \leq 2$$

$$2 \log_2 \log_3 (x^2-16) \leq 2$$

$$\log_2 \log_3 (x^2-16) \leq 1$$

$$\log_2 (\log_3 (x^2-16)) \leq \log_2 2$$

$$\log_3 (x^2-16) \leq 2$$

$$\log_3 (x^2-16) \leq \log_3 9$$

$$x^2-16 \leq 9$$

$-5 \quad -\sqrt{17} \quad \sqrt{17} \quad 5$

$\sqrt{17} < x \leq 5$   
 $-5 \leq x < -\sqrt{17}$

$$(x-5)(x+5) \leq 0$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ | \quad | \quad | \\ -5 \quad 5 \end{array}$$

$$-5 \leq x \leq 5$$

4

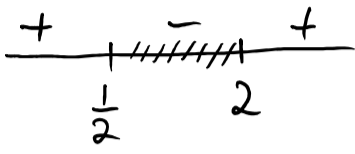
$$4^x - 5 \cdot 4^{\frac{x-1}{2}} + 1 \leq 0$$

$$4^x - 5 \cdot 4^{\frac{1}{2}x} \cdot 4^{-\frac{1}{2}} + 1 \leq 0$$

$$4^x - 5 \cdot 4^{\frac{1}{2}x} \cdot \frac{1}{2} + 1 \leq 0 \quad 4^{\frac{1}{2}x} = t$$

$$2t^2 - 5t + 2 \leq 0$$

$$t_1 = 2 \quad t_2 = \frac{1}{2}$$



$$\frac{1}{2} \leq t \leq 2$$

$$4^{-\frac{1}{2}} \leq 4^{\frac{1}{2}x} \leq 4^{\frac{1}{2}}$$

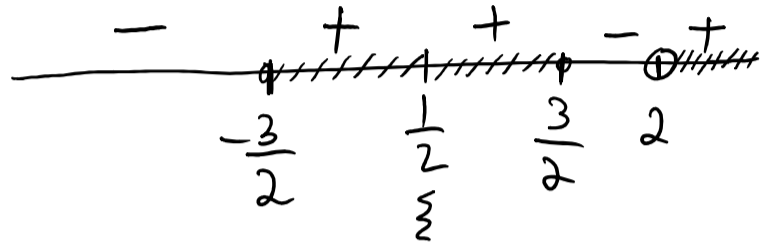
$$\frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}x \leq \frac{1}{2}$$

$$\boxed{-1 \leq x \leq 1}$$

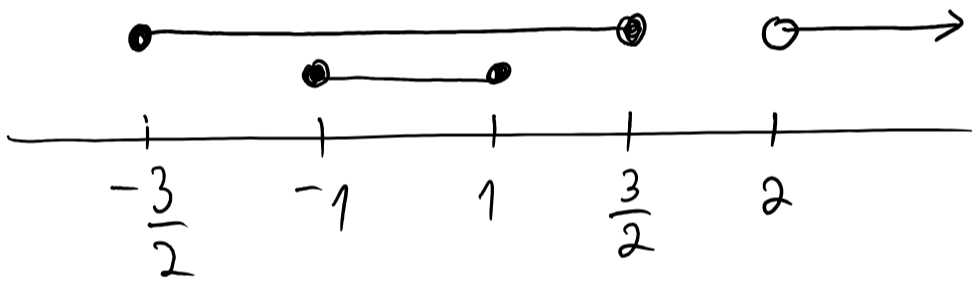
$$\frac{(4x - 4x^2 - 1)(4x^2 - 9)}{(x-2)} \leq 0$$

$$\frac{(4x^2 - 4x + 1)(4x^2 - 9)}{x-2} \geq 0$$

$$\frac{(2x-1)^2(2x-3)(2x+3)}{(x-2)} \geq 0$$



$$\boxed{-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}, \quad x > 2}$$



ד.ע.נ

$$\boxed{-1 \leq x \leq 1}$$

5  
 (C)  $\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{11}{13} \dots \frac{4n-1}{4n+1} < \sqrt{\frac{3}{4n+3}}$

$n=1$   $\frac{3}{5} < \sqrt{\frac{3}{7}} \Rightarrow \frac{9}{25} < \frac{3}{7} \Rightarrow 9 \cdot 7 < 3 \cdot 25$   
 $63 < 75 \checkmark$

בדיקה!

הנחה! נניח כי הטענה נכונה עבור  $n$  טבעי כלשהו.

שלב 3! נניח כי הטענה נכונה עבור האינדקס הקטן, עבור  $(n+1)$ .

$\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{11}{13} \dots \frac{4n-1}{4n+1} \cdot \frac{4n+3}{4n+5} < \sqrt{\frac{3}{4n+7}}$

שכני ההנחה.

$\sqrt{\frac{3}{4n+3}} \cdot \frac{4n+3}{4n+5} < \sqrt{\frac{3}{4n+7}}$

$\frac{\sqrt{3} \sqrt{4n+3}}{4n+5} < \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4n+7}}$

$\sqrt{(4n+3)(4n+7)} < 4n+5$   
 $(4n+3)(4n+7) < (4n+5)^2$   
 $16n^2 + 28n + 21 < 16n^2 + 40n + 25$

$40n + 21 < 40n + 25$

$21 < 25 \checkmark$

ד.ו.נ

(C)



5  
?

$$\frac{6 + 6^2 + 6^3 + \dots + 6^{3n}}{43} = \text{פלפ}$$

גרביקה:

$$n=1 \quad \frac{6+6^2+6^3}{43} = \frac{258}{43} = 6$$

הנחה: נניח כי הטענה נכונה עבור  $n$  כלשהו  
נניח: כי הטענה נכונה עבור האינדקס  $n+1$

$$\frac{6 + 6^2 + \dots + 6^{3n} + 6^{3n+1} + 6^{3n+2} + 6^{3n+3}}{43} =$$

$$\underbrace{\frac{6 + 6^2 + \dots + 6^{3n}}{43}}_{\text{פלפ לפי ההנחה}} + \frac{6^{3n+1} + 6^{3n+2} + 6^{3n+3}}{43} =$$

$$\frac{6^{3n} (6 + 6^2 + 6^3)}{43} = \frac{6^{3n} \cdot 258}{43} = 6^{3n} \cdot 6 = 6^{3n+1}$$

הטענה אכן נכונה.

ד.ע.נ

! הוכחה ע"פ אינדוקציה! (בדרך אחרת) (א) מחזור 5

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{11}{13} \dots \cdot \frac{4n-5}{4n-3} \cdot \frac{4n-1}{4n+1} < \sqrt{\frac{3}{4n+3}} / ( )^2$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{7}{9}\right)^2 \cdot \left(\frac{11}{13}\right)^2 \dots \cdot \left(\frac{4n-5}{4n-3}\right)^2 \cdot \left(\frac{4n-1}{4n+1}\right)^2 < \frac{3}{4n+3}$$

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{11}{13} \cdot \frac{11}{13} \dots \cdot \frac{4n-5}{4n-3} \cdot \frac{4n-5}{4n-3} \cdot \frac{4n-1}{4n+1} \cdot \frac{4n-1}{4n+1} < \frac{3}{4n+3}$$

$$\frac{3}{5} < \frac{5}{7} \quad \frac{7}{9} < \frac{9}{11} \quad \frac{11}{13} < \frac{13}{15} \quad \dots \quad \frac{4n-5}{4n-3} < \frac{4n-3}{4n-1} \quad \frac{4n-1}{4n+1} < \frac{4n+1}{4n+3}$$

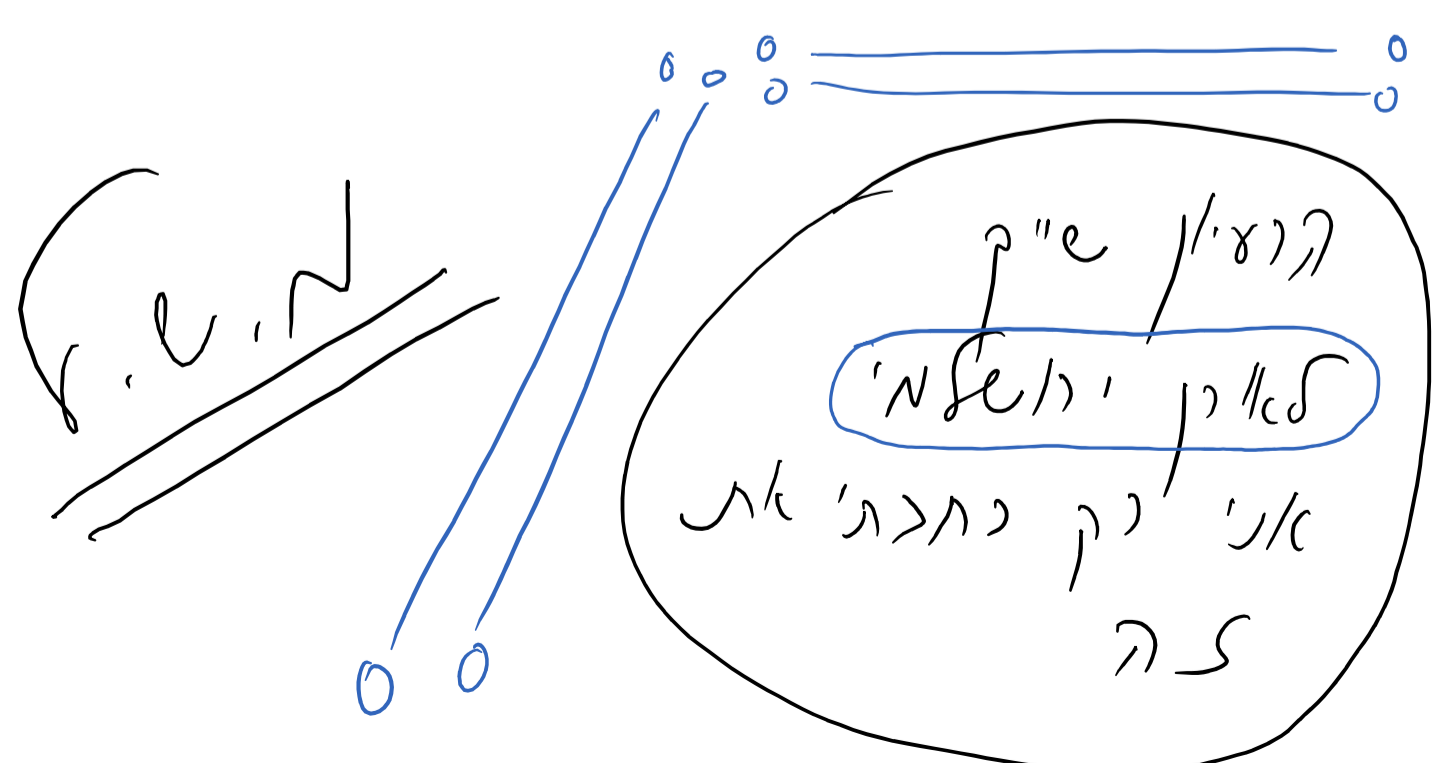
תמיד את האיברים הראשונים הם סולמים את אחת בצד אחד מהצדדים נק נחמינו עם אגף אחד. אחרת בצד אחד מהצדדים נק נחמינו עם אגף אחד כי אגף אחד מהצדדים קטן או שווה לזו, ואכן אכן נצמד שהיה כי אגף אחד מהצדדים קטן או שווה לזו, ואכן אכן נצמד שהיה כי אגף אחד מהצדדים קטן או שווה לזו.

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{9}{11} \cdot \frac{11}{13} \cdot \frac{13}{15} \dots \cdot \frac{4n-5}{4n-3} \cdot \frac{4n-3}{4n-1} \cdot \frac{4n-1}{4n+1} \cdot \frac{4n+1}{4n+3} \leq \frac{3}{4n+3} \quad ??$$

שמה וישן 😊 אפשר גם כן

~~$$\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{9}{11} \cdot \frac{11}{13} \cdot \frac{13}{15} \dots \cdot \frac{4n-5}{4n-3} \cdot \frac{4n-3}{4n-1} \cdot \frac{4n-1}{4n+1} \cdot \frac{4n+1}{4n+3} \leq \frac{3}{4n+3}$$~~

$$\frac{3}{4n+3} = \frac{3}{4n+3}$$



$$\textcircled{5} \frac{6 + 6^2 + 6^3 + \dots + 6^{3^m}}{43} = \text{פל} \quad Q$$

$$\frac{Q}{43} = \frac{6(6^{3^m} - 1)}{(6-1) \cdot 43} = \frac{6(6^{3^m} - 1)}{5 \cdot 43}$$

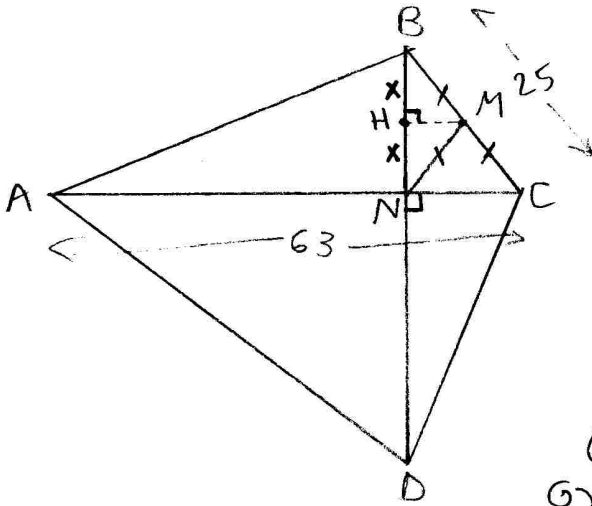
$$\frac{6((6^3)^m - 1^m)}{5 \cdot 43} = \frac{6((216)^m - 1^m)}{215} = \frac{6(216^m - 1^m)}{216 - 1} =$$

$$\frac{6(A^m - B^m)}{A - B} = 6 \cdot \text{פל} = \text{פל}$$

!!  
 נשמע בטעות  
 הוכחה!

$$\frac{A^m - B^m}{A - B} = \text{פל}$$

6 מצא את אורכי 10.2.17



$MH \perp BN$  (נתון)  
 $\Delta BNC$  ישר שוליים במי האנכי (נתון)  
 $NM = BM = CM = \frac{25}{2}$  (נתון)  
 למי שווה למצב זה (נתון).  
 $MH$  זווית קטנטן אכן  $P2$  (נתון).  
 $BH = HN = x$  (נתון)

(נתון)  $MH = \sqrt{\left(\frac{25}{2}\right)^2 - x^2}$   
 פיתרון (נתון)

$$S(\Delta BMN) = \frac{BN \cdot MH}{2} = \frac{BM \cdot MN \cdot BN}{4R}$$

(נתון) (נתון)  $\frac{abc}{4R}$  כיוון  $R$  זהו רדיוס המעגל החסום (נתון)

$$\frac{2x \cdot \sqrt{\left(\frac{25}{2}\right)^2 - x^2}}{2} = \frac{\frac{25}{2} \cdot \frac{25}{2} \cdot 2x}{4 \cdot \frac{125}{12}}$$

$$x^2 = \left(\frac{25}{2}\right)^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2 = 100 \Leftrightarrow \left(\frac{25}{2}\right)^2 - x^2 = \left(\frac{25 \cdot 25 \cdot 6 \cdot 2}{2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 25}\right)^2 = \left(\frac{15}{2}\right)^2 \quad (1)$$

$x = 10$

$BM = NM = \frac{25}{2}, BN = 20$ : אורכי צדדים המסלול  $\Delta BMN$   
 $MH = \frac{15}{2}$ : הזווית המסלול: (הצדקה  $(1)$ , הנתון  $\sqrt{14}$ )  
 $MH^2$  נתון

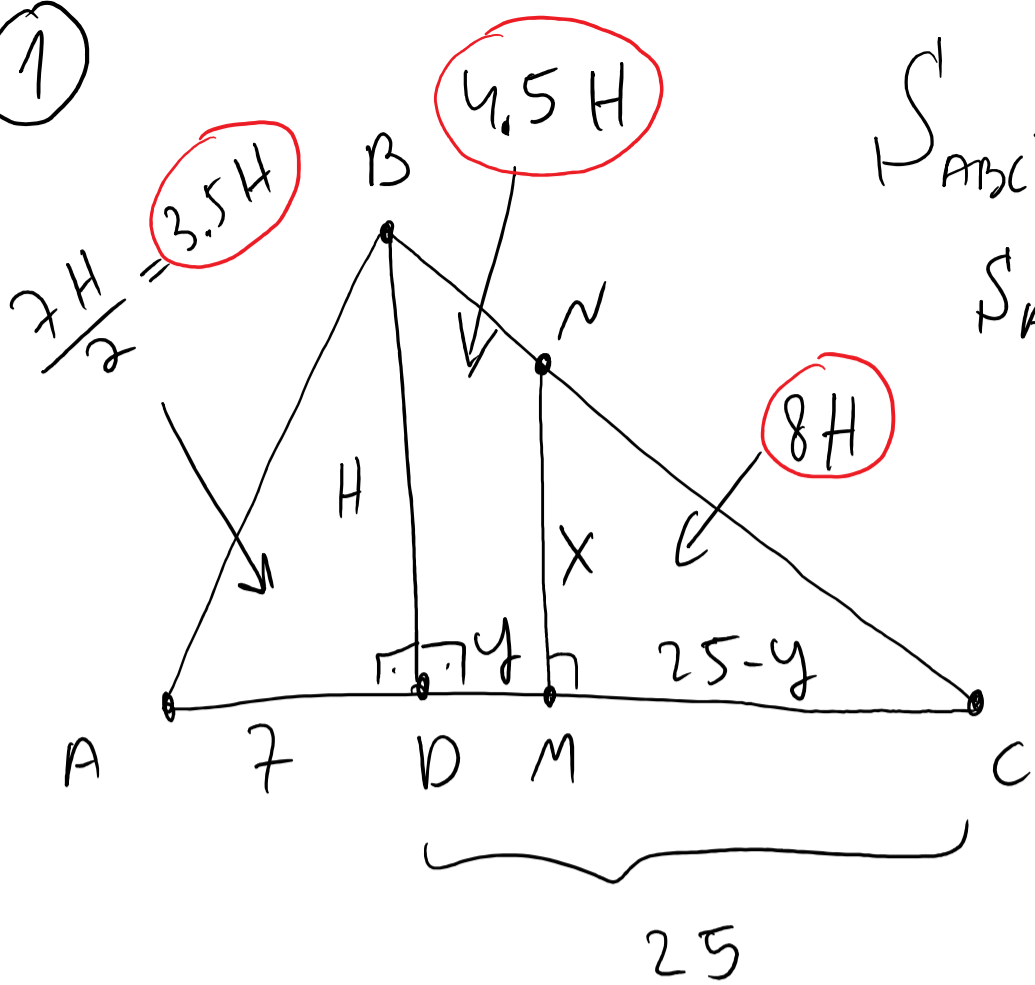
$\Delta BCN$   $\Delta BCN$  (זווית  $\Delta BCN$  זווית  $\Delta BCN$ )  
 $NC = 15$  (שווה לעצמם קצ"ע)  
 $AN = 63 - 15 = 48$

(נתון)  $BN \cdot ND = AN \cdot NC$

$$ND = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 8}{2 \cdot 2 \cdot 8} = 36 \Leftrightarrow 20 \cdot ND = 48 \cdot 15 \Leftrightarrow$$

$$BD = BN + ND = 20 + 36 = 56$$

1



$$S_{ABC} = \frac{H \cdot 32}{2} = 16H \Rightarrow S_{CMN} = S_{AMNB} = 8H$$

$$S_{ABD} = \frac{7 \cdot H}{2} = 3.5H \Rightarrow S_{DMNB} = 4.5H$$

$\triangle CMN \sim \triangle CDB$  (S.S)  
 $\Downarrow$

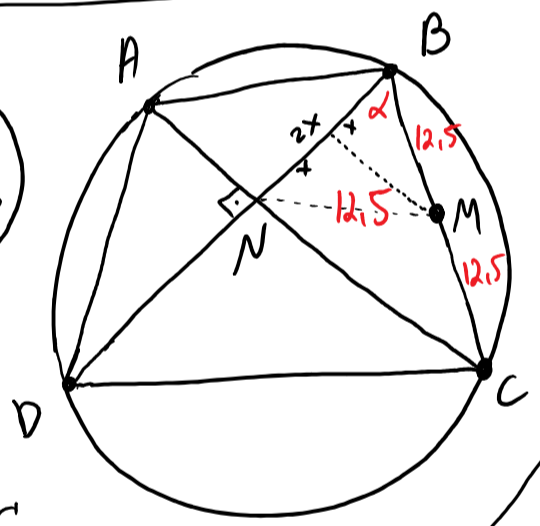
$$\frac{8H}{12.5H} = \left(\frac{25-y}{25}\right)^2$$

זהו /  
 י"נ 2  
 ש"ב 22  
 ש"ב  
 מ'א"ע"ד

$$\frac{16}{25} = \left(\frac{25-y}{25}\right)^2$$

$$\frac{4}{5} = \frac{25-y}{25} \Rightarrow 100 = 125 - 5y \Rightarrow 5y = 25 \Rightarrow \boxed{y=5}$$

6  
 ת"ע"נ  
 3252  
 (ק"פ"3)



$$R_{MMB} = \frac{12.5}{12} \quad \begin{matrix} BC = 25 \\ AC = 63 \end{matrix}$$

$$\frac{12.5 \cdot 12.5 \cdot 3 \cdot 2}{12.5 \cdot 10 \cdot 5} = \sqrt{12.5^2 - x^2}$$

$$\left(\frac{15}{2}\right)^2 = 12.5^2 - x^2$$

$$x = \sqrt{12.5^2 - 7.5^2} = \sqrt{(12.5-7.5)(12.5+7.5)}$$

$$\sqrt{5 \cdot 20} = \sqrt{100}$$

$$\boxed{x=10} \Rightarrow 2x = 20$$

$$\Rightarrow NC = \sqrt{25^2 - 20^2} = \boxed{15}$$

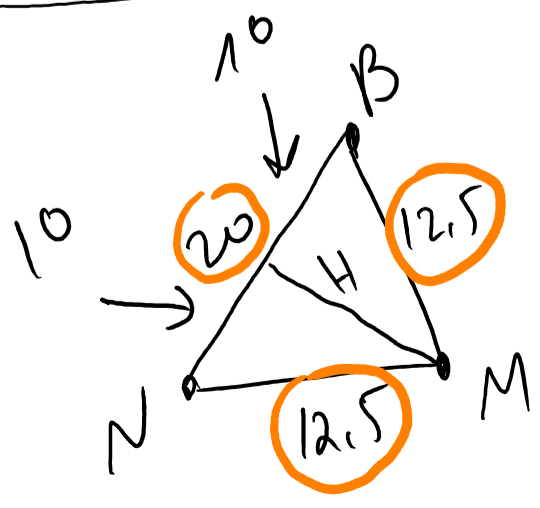
פ'א"ח"א"פ'א"ח"א"פ'  
 $BN \cdot ND = AN \cdot NC$   
 $20 \cdot ND = 48 \cdot 15$

$$\boxed{ND=36}$$

$\Downarrow$

$$BD = 36 + 20$$

$$\boxed{BD = 56}$$



$BMN \sim \triangle N \delta 3$   
 $BN - \delta \text{ ג"ה} | 21$

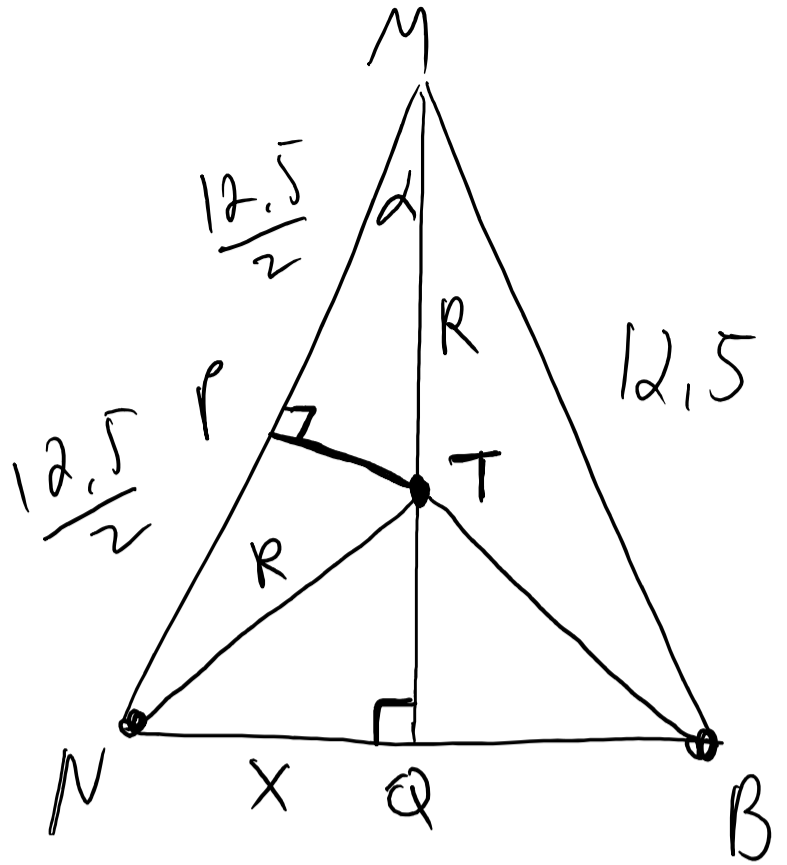
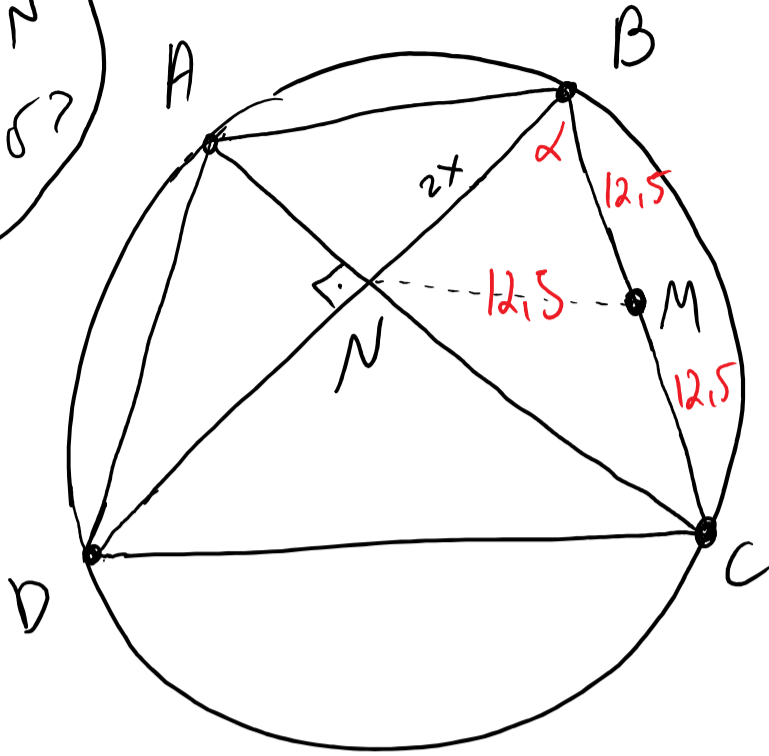
$$H = \sqrt{12.5^2 - 10^2} = \sqrt{(12.5-10)(12.5+10)} = \sqrt{2.5 \cdot 22.5} = \sqrt{\frac{5}{2} \cdot \frac{45}{2}} = \sqrt{\frac{225}{4}} = \boxed{\frac{15}{2}}$$



01 | 2 | 1 | 2 | + | 1 | 1 | N | ?

6  
7121N  
325?

1213



$$(S.S) \triangle MPT \sim \triangle MQN \Rightarrow \frac{R}{12.5} = \frac{\sqrt{R^2 - 6.25^2}}{X}$$

$$\Rightarrow \left(x \cdot \frac{12.5}{12}\right)^2 = \left(\frac{12.5}{10}\right)^2 \cdot \left(\frac{12}{12} - \frac{25}{4}\right) \left(\frac{12}{12} + \frac{25}{4}\right) \Rightarrow \left(\frac{x}{12}\right)^2 = \left(\frac{1}{10}\right)^2 \cdot \left(\frac{50}{12}\right) \left(\frac{200}{12}\right)$$

$$x^2 = 100 \Rightarrow \boxed{x = 10}$$

$$2x = 20 \Rightarrow NC = \sqrt{25^2 - 15^2} = \boxed{20}$$

ההמשך נח במשולש  
הקוקם